

## Competitive equilibrium with indivisible objects\*

Yi-You Yang

April 29, 2016

1. What is the question (of the paper)?

根據 Kelso and Crawford (1982) 的結論，交換經濟的競爭均衡存在的充分條件是 gross substitutes 條件，即「此經濟體系的每個人對個別商品的需求在其他商品價格增加時不會減少」。也就是說個別商品與其他商品之間要有替代品關係，否則不會有競爭均衡。但現實生活中不一定滿足以上條件，所以可能會沒有競爭均衡。

2. Why should we care about it?

現實生活中，個別消費者並不一定對每個商品有相同的偏好，例如：有些人可能覺得圍巾跟毛衣是互補品，有些人則覺得是替代品，所以需要探討是否有一個比較不嚴格的條件保證競爭均衡。

3. What is your (or the author's) answer?

作者找到了一個 p-substitutability 條件，這個條件允許經濟體系內的消費者對商品與商品之間的偏好有互補關係，即一比 gross substitute 條件還弱的條件，且這個條件在作者的證明下已經充分保證有完全競爭。

在這個條件導出的競爭均衡下，每個商品的價格是此商品為經濟體系帶來的社會福利；以一個與此經濟體系總需求等價的代表性消費者的需求函數來看，此代表性消費者的需求函數滿足 gross substitutes 條件，就是整體來看符合 gross substitute 條件。

4. How did you (or the author) get there?

i. 參考過去的文獻，作者發現過去文獻得到的「在經濟體系中的每個消費者對個別商品的偏好要與其他商品有替代關係」，作者認為不合理。

ii. 為了分析此充斥著各種不同偏好消費者的經濟體系，作者引進 p-substitutability 條件，其中  $p$  是一個向量，用來捕捉個別消費者對商品間的偏好的 partial substitutability。且證明出，給定一個交換經濟體系，partial substitutability 能被一個最小的  $p$  捕捉。

iii. 設有一集合包含著所有交換經濟體系，集合可以被分類成多個子集合，這些子集合互不交集，個別子集合內的交換經濟體系是類似的。如果此子集合內的其中一個交換經濟體系有完全競爭，則對於這個子集合內的另一個交換經濟體系  $E$ ，我們可以找到對應的  $p^E$  向量來捕捉此交換經濟體系消費者的 partial substitutability，則所有的消費者都是  $p^E$ -substitutable，即此交換經濟體系  $E$  有完全競爭。

真實例子：

現實世界上有很多商品與商品之間的關係對某些人是替代，對某些人是互補。像是我覺得衣服可以穿就好了，如果店員跟我說這個配另外一件好看，我根本不買帳，可是我媽還有女朋友有的時候真的會一起買，對他們來講這兩件衣服是有一定的互補關係，但對我來講只是替代品。所以 gross substitute 的假設在這世上真的不合理，因為不是所有人都會因為其他商品價格下跌而使這個商品的需求不會增加。

符號表：

$N = \{1, \dots, n\}$ ，代表有  $n$  個人在這個交換經濟體系

$\Omega = \{a_1, \dots, a_m\}$ ，代表商品

$v_i$  是一衡量消費者效用的函數， $v_i : 2^\Omega \rightarrow \mathbb{R}$

$A$  包含於  $\Omega$  中，代表消費者獲得的商品，消費者  $i$  的效用為  $u_i(A, c) = v_i(A) + c$ ，為一 quasi-linear form

$C$  包含於  $N$ ， $v_{ic}$  為一函數，代表這  $C$  個人的  $v_i$  加總

$X = (X_1, \dots, X_n)$  代表這  $n$  個人分配  $\Omega$  後的結果

$P = (p_a)_{a \in \Omega} \in \mathbb{R}^{|\Omega|}$ ，是所有在  $\Omega$  商品的價格

$E = (\Omega; (v_i)_{i \in N})$ ， $E$  代表一個經濟體系，裡面有商品，還有各種不同偏好的人